Identificación de proposiciones, simbolización y uso de conectivos (¬, ∧, ∨, →, ↔).

1. Determine cuáles de las siguientes expresiones son proposiciones: a) ¡Hola, mundo! b) $2+3=7$ c) $x+5=10$ d) El color verde es primario.
2. Dadas p: "Está lloviendo" y q: "Hace frío", traduzca al lenguaje simbólico: "No está lloviendo y hace frío".
3. Simbolice: "Si apruebo el examen, entonces me voy de vacaciones o busco un trabajo".
4. Escriba la negación de la proposición compuesta: $p \wedge \neg q$.
5. Dada la proposición "Si estudio, entonces paso", identifique el antecedente y el consecuente.
6. Defina la diferencia entre una disyunción inclusiva ($\vee$) y una exclusiva ($\veebar$) con un ejemplo.
7. Traduzca a lenguaje natural: $\neg(p \leftrightarrow q)$.
8. Simbolice la expresión: "Es necesario que llueva para que la cosecha sea buena".
9. Si p es falsa y q es verdadera, determine el valor de verdad de $\neg p \vee q$.
10. Escriba la recíproca y la contrapositiva de: "Si un número es divisible por 4, entonces es par".

Construcción de tablas y clasificación en Tautología, Contradicción o Contingencia.

11. Construya la tabla de verdad para: $(p \wedge q) \rightarrow p$.
12. Clasifique la siguiente forma proposicional: $\neg(p \vee \neg p)$.
13. Determine si $(p \rightarrow q) \wedge p$ es una tautología.
14. Realice la tabla de verdad de: $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$.
15. Determine mediante tabla de verdad si $p \leftrightarrow q$ y $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ son equivalentes.
16. ¿Cuántas filas tendrá una tabla de verdad con 4 variables proposicionales (p, q, r, s)?
17. Evalúe el valor de verdad de: $(\mathbf{V} \vee \mathbf{F}) \rightarrow (\mathbf{F} \wedge \mathbf{V})$.
18. Encuentre un contraejemplo (valores de p y q) para demostrar que $(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow p)$ es una contingencia.
19. Demuestre que $p \wedge \neg p$ es una contradicción sin usar tablas (solo lógica).
20. Construya la tabla para la disyunción exclusiva $p \veebar q$.

Uso de Leyes de De Morgan, Conmutativa, Distributiva y Condicional.

21. Simplifique usando Leyes de De Morgan: $\neg(p \wedge \neg q)$.
22. Demuestre por leyes lógicas que $p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$.
23. Aplique la ley distributiva a: $p \vee (q \wedge r)$.
24. Demuestre la ley de la Doble Negación: $\neg(\neg p) \equiv p$.
25. Simplifique la expresión: $(p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)$.
26. Use la ley de Absorción para simplificar: $p \wedge (p \vee q)$.
27. ¿Qué dice la ley de Idempotencia para la conjunción?
28. Demuestre que la contrapositiva $(\neg q \rightarrow \neg p)$ es equivalente a la condicional original $(p \rightarrow q)$.
29. Simplifique: $\neg(\neg p \vee \neg q)$.
30. Identifique qué ley se aplicó aquí: $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$.

Predicados $P(x)$, cuantificador universal (∀) y existencial (∃).

31. Si $P(x) = "x > 5"$, determine el valor de verdad de $P(3)$ y $P(8)$.
32. Traduzca a lenguaje simbólico: "Todos los números naturales son mayores que cero".
33. Traduzca: "Existe un número real x tal que $x^2 = 2$".
34. Sea el dominio $D = \{1, 2, 3\}$. Evalúe $\forall x \in D, x + 1 < 5$.
35. Sea el dominio $D = \{1, 2, 3\}$. Evalúe $\exists x \in D, x^2 = 9$.
36. Exprese simbólicamente: "Para todo hombre, existe una mujer que lo ama".
37. Determine si es verdadero o falso: $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$.
38. Determine si es verdadero o falso: $\exists x \in \mathbb{Z}, x + 5 = 2$.
39. Escriba una función proposicional con dos variables $Q(x, y)$.
40. Diferencie entre un enunciado abierto y una proposición.

Reglas de negación para $\forall$ y $\exists$. Conceptos de Teorema, Axioma y Corolario.

41. Niegue la proposición: $\forall x, P(x)$.
42. Niegue la proposición: $\exists x, Q(x)$.
43. Niegue: "Todos los estudiantes aprobaron el examen".
44. Niegue: "Existe un político que no miente".
45. Niegue simbólicamente: $\forall x \in \mathbb{R}, (x > 0 \to x^2 > 0)$.
46. ¿Qué es un **Axioma**? Dé un ejemplo.
47. Defina qué es un **Teorema** y sus partes (Hipótesis y Tesis).
48. ¿A qué se le llama **Corolario** en matemáticas?
49. Niegue la expresión: $\exists x, \forall y, P(x, y)$.
50. Explique por qué la negación de "Todos son" no es "Ninguno es".

Demostración Directa, Por Contradicción (Reducción al absurdo) e Inducción.

51. **Demostración Directa:** Demuestre que si n es un número par, entonces n^2 es par.
52. **Demostración Directa:** Demuestre que la suma de dos números impares es par.
53. **Reducción al Absurdo:** Explique en qué consiste este método.
54. **Reducción al Absurdo:** Demuestre que $\sqrt{2}$ es irracional (esquema lógico).
55. **Contraposición:** Para demostrar $p \to q$, ¿qué es lo que se intenta demostrar en este método?
56. **Contraposición:** Demuestre que si n^2 es impar, entonces n es impar.
57. **Inducción Matemática:** Nombre los dos pasos principales (Paso Base y Paso Inductivo).
58. **Inducción:** Demuestre que $1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$.
59. **Casos:** Demuestre que para cualquier entero n, $n^2 + n$ es siempre par (analice caso par e impar).
60. ¿Cuál es la diferencia entre una demostración constructiva y una no constructiva?
